Exercice 1. Ascenseur

Un ascenseur est animé dun mouvement rectiligne vertical ascendant :

- uniformément accéléré d'accélération $a_a = 2,00\,\text{m.s}^{-2}$ pendant une durée $t_a = 3,00\,\text{s}$;
- uniforme pendant une durée $t_u = 7\,\text{s}$;
- uniformément décéléré d'accélération de norme $a_d = 1,00\,\text{m.s}^{-2}$ pendant une durée t_d jusqu'à l'arrêt.

1. Tracer la courbe représentant la vitesse en fonction du temps et en déduire la durée t_d.
2. Déterminer la distance totale parcourue à partir de ce graphe.
3. Déterminer la position en fonction du temps. Tracer l'allure de la courbe.

Exercice 2. Distance de sécurité

Deux automobiles se déplacent sur une portion droite d'autoroute. A un instant pris comme origine des temps, le conducteur de la première voiture qui roule à la vitesse $v_1 = 160\,\text{km.h}^{-1}$ veut freiner pour ne pas heurter l'autre qui se trouve devant lui à une distance d et qui roule à une vitesse constante $v_2 = 90\,\text{km.h}^{-1}$. Il constate alors que ses freins ne fonctionnent plus. La seule décélération de la voiture provient des frottements et on admettra qu'elle est proportionnelle au carré de la vitesse suivant une loi du type : $\vec{a} = -\alpha v^2 \vec{e}_x$ avec $\alpha = 3.10^{-3} SI$.

1. Quelle est la dimension de α ?
2. Établir, pour la première voiture, les expression de la vitesse v et de la distance x parcourue en fonction du temps.
3. En déduire la relation entre v et x.
4. Déterminer la distance minimale d_{min} entre les deux voitures pour que la collision soit évitée.

Exercice 3. Mouvement sur une spirale

L'équation horaire du mouvement d'un point en coordonnées polaires s'écrit :

$$r = b\exp(-t/\tau) \qquad \text{et} \qquad \theta = \omega t.$$

1. Quelles sont les unités des grandeurs b, τ et ω ?
2. Déterminer les vecteurs vitesse et accélération de ce point.
3. Donner la norme de ces deux vecteurs.
4. Déterminer la longueur de la trajectoire parcourue entre $t = 0$ et $t \to \infty$.

Exercice 4. Mouvement circulaire

Un mobile M est contraint de se déplacer sur un cercle de centre O et de rayon R. Initialement, le point M est en A tel que $\theta_A = 0$ et possède la vitesse angulaire ω_0. Les frottements du point matériel sur la courbe font que l'accélération tangentielle vaut $a_\theta = -\alpha\dot{\theta}$ où α est une constante positive.

1. Quelle est la dimension de la constante α ?
2. Déterminer l'équation horaire $\dot{\theta}(t)$.
3. En déduire les équations horaire des vecteurs vitesse et accélération.
4. Sur un schéma représenter l'orientation des vecteurs vitesse et accélération. Le mouvement est-il uniforme, accéléré ou décéléré ?
5. Déterminer la position d'arrêt du mobile.

Exercice 5. Course poursuite

Trois chats se trouvent aux sommets d'un triangle équilatéral de centre O. Il se poursuivent les uns les autres : le premier court après le second, qui poursuit le troisième, qui lui-même poursuit le premier. Leur vitesse v est identique et constante pendant toute la poursuite, et le vecteur vitesse de chaque chat est constamment orienté vers le chat suivant. De cette façon, les chats se trouvent à tout instant aux sommets d'un triangle équilatéral de centre O.
Considérons l'un des chats noté M. On note $r = \|\overrightarrow{OM}\|$ et $\theta = (\widehat{\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{OM}})$. Initialement $r(t=0) = r_0$ et $\theta(t=0) = 0$.

1. Exprimer les coordonnées du vecteur vitesse dans la base polaire à un instant t quelconque.
2. En déduire l'équation horaire $r(t)$.
3. Combien de temps dure la poursuite ? Quelle est la distance parcourue par chacun des chats ?
4. Déterminer l'équation horaire $\theta(t)$.
5. En déduire l'équation de la trajectoire en polaire $r = f(\theta)$.

Exercice 6. Mouvement hélicoïdal

Un mobile M décrit une trajectoire dont les équations horaires sont :

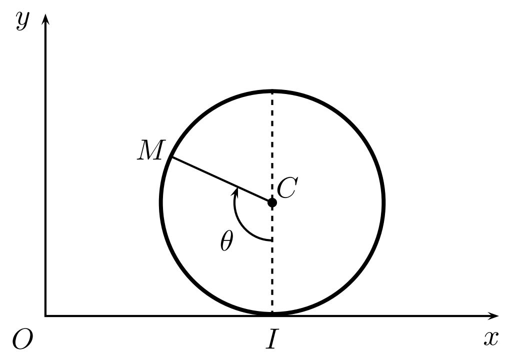
$$r = r_0 \qquad \theta = \omega t \qquad z = h_0 \left(1 - \frac{\theta}{2\pi}\right),$$

où r_0, h_0 et ω sont des constantes positives. Le mobile part à l'instant $t = 0$ et fait un tour complet autour de l'axe z avant d'arriver sur le plan $z = 0$.

1. Exprimer la vitesse $\vec{v}$ du mobile dans la base cylindrique.
2. Exprimer la norme $\|\vec{v}\|$. Quelle distance aura parcouru le mobile lorsqu'il arrive en $z = 0$?
3. Exprimer l'accélération du mobile $\vec{a}$.

Exercice 7. Mouvement cycloïdal

Une roue de rayon R roule sur l'horizontale Ox. Son centre C est animé d'un vecteur vitesse constant $\vec{v}_c$.



On note $\omega = \dot{\theta}$ la vitesse angulaire de rotation de la roue, l'orientation de θ étant dans le sens horaire.

1. A l'instant $t = 0$, M est au point O. La roue roule sans glisser sur son support. Donner l'expression de l'abscisse x_C du centre de la roue en fonction de θ. En déduire une relation entre ω, R et v_c.
2. Donner l'expression des coordonnées cartésiennes x et z du point M en fonction du temps t, de R et de ω.
3. La trajectoire est une cycloïde. Tracer cette courbe.
4. Montrer que le vecteur vitesse $\vec{v}(M)_{\mathcal{R}}$ est à tout instant orthogonal au vecteur $\overrightarrow{IM}$.
5. Déterminer les vecteur vitesse et accélération lorsque le point M est en contact avec le sol.
6. Déterminer la longueur d'un arc de cycloïde.

Exercice 8. Face cachée de la Lune

Dans le référentiel géocentrique, la Lune effectue une révolution circulaire centrée sur la Terre en 27,3 jours. La distance du centre de la Terre au centre de la Lune est environ égale à $D_{TL} = 3,84.10^5$ km. Au cours de cette révolution, la Lune montre toujours la même face à la Terre.

1. Le mouvement de la Lune dans le référentiel géocentrique est-il un mouvement de translation circulaire ou de rotation ?
2. Déterminer la vitesse et l'accélération du centre de la Lune dans le référentiel géocentrique. Calculer numériquement la norme de sa vitesse.
3. Décrire qualitativement et quantitativement le mouvement de la Lune dans le repère sélénocentrique qui a les mêmes axes de références que le référentiel géocentrique mais pour origine le centre L de la Lune.